郑州轻工业大学

2025年硕士研究生入学考试初试科目考试大纲

数学分析（科目代码：XXX）

本考试大纲适用于报考郑州轻工业大学数学与信息科学学院数学专业学术学位的硕士研究生的入学考试。

一、考试内容及基本要求

1. 极限理论

（1）基本概念（数列极限、函数极限）；

（2）数列极限、函数极限收敛的基本性质；

（3）数列极限、函数极限的四则运算；

（4）数列极限、函数极限的收敛准则；

（5）连续函数的定义、性质以及闭区间上连续函数的性质；

（6）间断点的分类与判别。

基本要求：

（1）深刻理解数列极限$\varepsilon-N$的定义、各种类型的一元函数极限的定义（$\varepsilon-\delta,\varepsilon-M$语言），掌握收敛数列的基本性质及数列收敛的条件，掌握极限$\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$及其应用；

（2）掌握函数极限的基本性质、归结原则和柯西收敛准则，掌握两个重要极限$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e$、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$及其应用，熟练掌握求函数极限的各种方法，掌握无穷小量与无穷大量阶的比较；

（3）理解函数连续与间断的概念及一致连续性概念；理解连续函数的局部性质；掌握有界闭区间上连续函数的性质（有界性、最值性、介值性、一致连续性），熟练掌握间断点的判定及分类。

2. 一元函数微分学

（1）导数和微分的定义；

（2）高阶导数；

（3）导数和微分的四则运算；

（4）复合函数的求导；

（5）中值定理；

（6）洛比达法则；

（7）泰勒公式；

（8）函数的几何图形。

基本要求：

（1）深刻理解函数在某一点的导数与微分的准确定义；

（2）掌握连续、可导与可微的关系；

（3）掌握导数各种形式的计算方法，掌握一阶微分的形式不变性；

（4）理解掌握罗尔定理，拉格朗日中值定理，柯西中值定理，泰勒公式(Peano 余项与 Lagrange 余项)及应用；

（5）熟练掌握洛比达法则求极限；

（6）掌握函数单调性判别法，极值、最值、曲线凹凸性讨论。

3. 一元函数积分学

（1）定积分的定义及几何意义；

（2）不定积分和定积分的计算；

（3）微积分基本定理；

（4）定积分的应用；

（5）无穷积分、瑕积分。

基本要求：

（1）理解原函数与不定积分的概念，熟练掌握不定积分和定积分的换元积分法和分部积分法，会求有理函数、三角函数有理式、简单无理式的积分；

（2）深刻理解定积分的概念与几何意义，掌握定积分的性质（关于区间可加性、不等式性质、绝对可积性、定积分第一中值定理）及应用；

（3）理解变上限积分函数，掌握微积分基本定理，掌握牛顿-莱布尼兹公式及定积分计算，掌握定积分第二中值定理及应用，知道可积条件和可积函数类；

（4）理解并掌握微元法，熟练掌握定积分的几何应用：平面曲线弧长、平面图形的面积、旋转曲面的侧面积、已知平行截面面积的体积，旋转体的体积、曲率，了解定积分在物理上的应用；

（5）理解并掌握无穷积分的概念、柯西收敛准则、绝对收敛与条件收敛，掌握 $f(x)$ 非负时 $\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$ 的收敛性判别法（比较原则、柯西判别法），掌握阿贝尔判别法、狄利克雷判别法，掌握瑕积分的概念及其收敛性的判别法。

4. 实数的完备性定理及应用

（1）区间套、覆盖、开覆盖、聚点的定义；

（2）实数完备性的六个等价定理：闭区间套定理、单调有界定理、柯西收敛准则、确界存在定理、聚点定理、有限覆盖定理；

（3）闭区间上连续函数的有界性、最值性、介值性、一致连续性定理的证明；

（4）上极限、下极限的概念。

基本要求：

（1）了解区间套、覆盖、有限覆盖、聚点等的含义；

（2）掌握实数完备性各定理的具体内容，领悟其证明的思想内涵；

（3）掌握闭区间上连续函数的有界性、最值性、介值性、一致连续性定理的证明；

（4）理解上极限、下极限的概念和等价叙述。

5. 数项级数和函数项级数

（1）级数收敛的概念；

（2）数项级数的收敛性判别法；

（3）绝对收敛、条件收敛的概念；

（4）函数项级数一致收敛性判别法；

（5）幂级数；

（6）傅里叶级数。

基本要求：

（1）掌握数项级数及其敛散性，掌握数项级数的柯西准则及收敛必要条件，理解收敛级数的基本性质；掌握正项级数收敛的充要条件及比较原则、比式判别法、根式判别法、拉贝

判别法、积分判别法等；掌握交错级数的莱布尼兹判别法，掌握一般项级数的绝对收敛、条件收敛性，阿贝尔判别法，狄利克雷判别法；

（2）深刻理解函数列与函数项级数的一致收敛性，熟练掌握一致收敛性判别法（魏尔斯特拉斯 M-判别法、阿贝尔判别法及狄利克雷判别法）及柯西收敛准则；掌握函数列和函数项级数的性质及其应用；

（3）掌握幂级数的概念及收敛半径与收敛域；掌握阿贝尔定理；掌握幂级数的逐项可积性、可微性及其应用；掌握和函数及其求法；掌握函数展开成泰勒级数、麦克劳林级数；

（4）理解三角级数、三角函数系的正交性；掌握以 2π、$2l$ 为周期的周期函数的傅里叶级数展开；掌握函数展开成正弦级数及余弦级数；掌握收敛性定理。

6. 多元函数微分学

（1）多元函数的极限；

（2）二元连续函数；

（3）偏导数；

（4）可微；

（5）高阶偏导数；

（6）拉格朗日乘数法；

（7）隐函数定理。

基本要求：

（1）掌握多元函数的极限的定义及求法；掌握多元函数的连续性的定义及判断方法；

（2）理解掌握偏导数、全微分的定义及其几何意义，掌握可微与偏导数存在、连续之间的关系，掌握复合函数的偏导数与全微分的求法；掌握方向导数与梯度的定义及求法，会求高阶偏导数；

（3）理解隐函数存在定理及隐函数组存在定理，掌握隐函数及隐函数（组）求导方法；掌握几何应用（平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线）；掌握极值问题研究（必要条件与二元极值的充分条件），会用拉格朗日乘数法求条件极值。

7. 多元函数积分学

（1）重积分的定义及几何意义；

（2）变量代换；

（3）极坐标、球面坐标和柱面坐标；

（4）第一、二型曲线积分；

（5）第一、二型曲面积分；

（6）格林公式；

（7）高斯公式；

（8）斯托克斯公式。

基本要求：

（1）理解二重积分的概念及其几何意义，掌握二重积分的计算（化为累次积分、极坐标变换、一般坐标变换）；理解三重积分的概念，掌握三重积分的计算（化为累次积分、柱坐标、球坐标变换）；重积分的应用（体积、曲面面积、重心等）；

（2）理解第一型曲线积分、曲面积分的概念及基本性质；掌握第一型曲线积分、曲面积分的计算方法；理解第二型曲线积分的概念及性质，掌握第二型曲线积分的计算；掌握格林公式的内容及应用，理解平面曲线积分与路径无关的条件；掌握曲面的侧、理解第二型曲面积分的概念及性质，掌握第二型曲面积分的计算，掌握高斯公式的内容及应用；掌握斯托克斯公式的内容及应用。

8. 含参变量积分

（1）含参变量积分的定义；

（2）含参变量积分与函数项级数的关系；

（3）含参变量反常积分的一致收敛性。

基本要求：

（1）掌握含参量正常积分的定义和计算及其连续性、可微性、可积性、运算顺序的可交换性等性质；掌握含参量反常积分的一致收敛性及其判别法（魏尔斯特拉斯 M-判别法、阿贝尔判别法、狄利克雷判别法），含参量反常积分的连续性、可微性、可积性等性质。

二、试卷题型结构

主要题型：填空题（20 分），计算题（70 分），证明题（60 分）。

三、试卷分值及考试时间

考试时间 180 分钟，满分 150 分。